

Θέμα 1ο: α. Γνωρίζουμε ότι το 12% των ατόμων που πληθυσμού έχουν κάποια ασθένεια που τους καθιστά ακατάλληλους για αιμοδότες. Για τον λόγο αυτό μια τράπεζα αίματος χρησιμοποίησε μια διαδικασία επιλογής (τεστ) σε 1000 άτομα από αυτό τον πληθυσμό για εύρεση αιμοδοτών. Τα αποτελέσματα του τεστ είναι τα ακόλουθα

	Υγιείς	Ασθενείς	Σύνολο
Δεκτοί για αιμοδότες	836	26	862
Όχι δεκτοί για αιμοδότες	44	94	138
Σύνολο	880	120	1000

1. Ποια είναι η πιθανότητα να γίνει δεκτός για αιμοδότης ένα υγιές άτομο;
 2. Ποια είναι η πιθανότητα να γίνει δεκτός για αιμοδότης ένα άτομο που πάσχει από την ασθένεια;
 3. Ποια είναι η πιθανότητα αίμα που θα προμηθευτούμε από την τράπεζα αίματος, να προέρχεται από άρρωστο άτομο;
- β. Το 15% του πληθυσμού είναι αριστερόχειρες. Παίρνουμε τυχαίο δείγμα 50 ατόμων
1. πόσοι κατά μέσο όρο περιμένουμε να είναι αριστερόχειρες (να δικαιολογήσετε)
 2. να υπολογιστεί η πιθανότητα το πολύ 12 από αυτούς να είναι αριστερόχειρες.

Θέμα 2ο: α. Ένας συγκεκριμένος πληθυσμός ανθρώπων αποτελείται από 52% γυναίκες και 48% άνδρες. Επιλέγουμε τυχαία ένα από τα άτομα αυτού του πληθυσμού και βρίσκουμε ότι έχει αχρωματοψία. Εάν υποθέσουμε ότι το ποσοστό των ατόμων με αχρωματοψία είναι 25% για τις γυναίκες και 5% για τους άνδρες, ποια είναι η πιθανότητα το άτομο που επελέγει να είναι άνδρας;

- β. Συμβολίζουμε με X τη διάμετρο του κεφαλιού ενός εμβρύου, που βρίσκεται μεταξύ της $16\frac{75}{100}$ και της $25\frac{75}{100}$ εβδομάδας κύησης. Αυτή ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 46.58 mm και διασπορά 40.96 mm^2 . Παίρνουμε τυχαίο δείγμα 16 εμβρύων. Για τη μέση διάμετρο, \bar{X} , που προκύπτει από αυτό το δείγμα
1. να βρεθεί η μέση τιμή και η διασπορά (να δικαιολογήσετε)
 2. να υπολογιστεί η πιθανότητα η \bar{X} να είναι μεταξύ 44.42 και 48.98mm.

Θέμα 3ο: α. Η εμπειρική κατανομή του βάρους σε κιλά 100 ατόμων μιας περιοχής δίνεται από τον παρακάτω πίνακα

Βάρος (σε κιλά)	20-40	40-60	60-80	80-100
Συχνότητες	20	20	50	10

1. Να βρεθεί η μέση τιμή του βάρους των ατόμων της περιοχής και η τυπική απόκλιση.
 2. Ποια είναι η διάμεσος και η κορυφή;
- β. Διεξάγουμε μια έρευνα για την επίδραση δύο ουσιών στην υπερκινητικότητα των αρουραίων ενός εργαστηρίου. Δύο τυχαία δείγματα αρουραίων χρησιμοποιήθηκαν για τη μελέτη, στο ένα δείγμα μεγέθους $n = 18$ χορηγήθηκε η ουσία Α και στο άλλο μεγέθους $m = 24$ η ουσία Β. Μετά από δύο εβδομάδες, μετρήθηκε η υπερκινητικότητα των αρουραίων και πήραμε τα ακόλουθα αποτελέσματα $\bar{X}_A = 75.6$, $S_A^2 = 12.25$ και $\bar{X}_B = 72.8$, $S_B^2 = 10.24$. Να ελέγξετε εάν, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, δεχόμεστε την υπόθεση $H_0 : \mu_A = \mu_B$ έναντι της $H_1 : \mu_A \neq \mu_B$ (Υποθέστε ότι οι δυο πληθυσμοί έχουν την ίδια διασπορά)

Θέμα 4ο: α. Σε μια εξέταση απομνημόνευσης συμμετείχαν 10 φοιτητές. Το πλήθος των προσπαθειών που χρειάστηκε ο καθένας για να ολοκληρώσει την εξέταση δίνονται στον παρακάτω πίνακα

φοιτητής	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
προσπάθειες	12	10	12	11	6	15	14	17	9	12

1. Να βρεθεί το μέσο πλήθος των προσπαθειών και η τυπική απόκλιση
2. Ποια είναι η διάμεσος και η κορυφή;

- β. Η θερμοκρασία μιας πόλης σε συγκεκριμένη ώρα της ημέρας μετρήθηκε για 16 ημέρες του Σεπτεμβρίου και υπολογίστηκε ότι $\bar{X} = 29^\circ C$ και $S = 3^\circ C$. Υποθέτοντας ότι η θερμοκρασία ακολουθεί την $N(\mu, \sigma^2)$, να ελέγξετε εάν σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=1\%$ δεχόμαστε την υπόθεση $H_0 : \mu = 28^\circ C$ έναντι της $H_1 : \mu > 28^\circ C$.

Θέμα 5ο: α. Ερωτήθηκαν 115 φοιτήτριες και 125 φοιτητές του Τμήματος Βιολογίας για την προτίμησή τους στα ακόλουθα Ολυμπιακά αθλήματα:

Αθλήματα	Γυμναστική	Καταδύσεις	Κωπηλασία	Καλαθοσφαίριση
Κορίτσια	45	27	13	30
Αγόρια	40	21	29	35

1. Να ελεγχθεί, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, εάν η προτίμηση στα αθλήματα εξαρτάται από το φύλο.
2. Είναι ίδια η απόφασή μας σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=1\%$; (να σχολιάσετε)
3. Δώστε ένα διάστημα εμπιστοσύνης, συντελεστού εμπιστοσύνης 95%, για το ποσοστό των φοιτητών που προτιμούν την Κωπηλασία.

- β. Σε ένα cm^3 ενός υγρού, το πλήθος των βακτηριδίων που μετράει ένας ηλεκτρονικός ανιχνευτής βακτηριδίων ακολουθεί την Poisson κατανομή με μέσο 5 βακτήρια. Τι παριστούν οι ακόλουθες ποσότητες;

$$1. \sum_{x=1}^5 e^{-5} \frac{5^x}{x!} \quad \text{και} \quad 2. e^{-5 \times 10}.$$

Θέμα 6ο: α. Θέλουμε να μελετήσουμε την κατανομή του βάρους των νεογέννητων για 4 ράτσες χοίρων. Επιλέξαμε 43 νεογέννητους χοίρους από την ράτσα I, 40 από την ράτσα II, 52 από την ράτσα III και 38 από την ράτσα IV και πήραμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

ράτσα	I	II	III	IV
βάρος κάτω των 4 κιλών	12	10	16	7
βάρος από 4 έως 6 κιλά	23	22	26	14
βάρος άνω των 6 κιλών	8	8	10	17
	43	40	52	38

1. Να ελεγχθεί, σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$, εάν υπάρχει διαφορά στις τέσσερις ράτσες ως προς το βάρος των νεογέννητων χοίρων.
 2. Είναι ίδια η απόφασή μας σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=1\%$; (να σχολιάσετε)
 3. Συμβολίζουμε με p_I το ποσοστό των νεογέννητων χοίρων της ράτσας I με βάρος άνω των 6 κιλών και με p_{IV} το αντίστοιχο ποσοστό για την ράτσα IV. Να εξετάσετε εάν σε επίπεδο σημαντικότητας $\alpha=5\%$ δεχόμαστε την μηδενική υπόθεση $H_0 : p_I = p_{IV}$ έναντι της $H_1 : p_I \neq p_{IV}$. Τι μπορούμε να συμπεράνουμε και σε ποιο επίπεδο σημαντικότητας;
- β. Στο νοσοκομείο του Ρίου ο αριθμός των θανάτων σε ένα μήνα ακολουθεί Poisson κατανομή. Εάν σε ένα μήνα η πιθανότητα να συμβεί το πολύ ένας θάνατος είναι διπλάσια της πιθανότητας να μη συμβεί κανένας θάνατος, ποια είναι η πιθανότητα να μη συμβεί κανένας θάνατος σε δύο μήνες;

Δίδονται

$\Phi(0.2) = 0.579,$	$\Phi(0.4) = 0.655,$	$\Phi(0.5) = 0.691,$	$\Phi(0.8) = 0.788,$	$\Phi(1) = 0.841,$	$\Phi(1.2) = 0.885,$
$\Phi(1.4) = 0.919,$	$\Phi(1.5) = 0.933,$	$\Phi(1.645) = 0.95,$	$\Phi(1.96) = 0.975,$	$\Phi(2) = 0.977,$	$\Phi(2.5) = 0.994,$
$\chi_8^2(0.01) = 20.09,$	$\chi_3^2(0.01) = 11.34,$	$\chi_8^2(0.05) = 15.50,$	$\chi_3^2(0.05) = 7.81,$		
$\chi_{12}^2(0.01) = 26.21,$	$\chi_6^2(0.01) = 16.81,$	$\chi_{12}^2(0.05) = 21.02,$	$\chi_6^2(0.05) = 12.59,$		
$t_{17}(0.05) = 1.739,$	$t_{17}(0.025) = 2.109,$	$t_{23}(0.05) = 1.713,$	$t_{23}(0.025) = 2.068,$		
$t_{16}(0.005) = 2.921,$	$t_{16}(0.01) = 2.583,$	$t_{15}(0.005) = 2.947,$	$t_{15}(0.01) = 2.602,$		