

- 1:** Ρίχνουμε ένα αμερόληπτο ζάρι δύο φορές. Ποια η πιθανότητα
- και στις δύο ρίψεις η ένδειξη να είναι άρτιος αριθμός;
 - στη μία μόνο από τις δύο ρίψεις η ένδειξη να είναι άρτιος αριθμός;
 - το άθροισμα των ενδείξεων να είναι 4;
 - κάθε μία από τις δύο ενδείξεις να είναι το πολύ έως 4;
 - η μεγαλύτερη από τις δύο ενδείξεις να είναι 4;
- 2:** Μία γυναίκα τεκνοποιεί μέχρι να αποκτήσει το 1^ο της κορίτσι. Εάν η πιθανότητα γέννησης κοριτσιού είναι $p = 0.49$, να υπολογιστούν οι πιθανότητες
- η γυναίκα να αποκτήσει 1 παιδί μέχρι να πετύχει το στόχο της.
 - η γυναίκα να αποκτήσει 2 παιδιά μέχρι να πετύχει το στόχο της.
 - το πολύ 4 παιδιά μέχρι να πετύχει το στόχο της.
- 3:** Μία κάλπη περιέχει 5 λευκές και 3 μαύρες σφαίρες και μία 2^η κάλπη περιέχει 3 λευκές και 7 μαύρες σφαίρες. Διαλέγω μία κάλπη στη τύχη και εξάγω μία σφαίρα στη τύχη.
- Ποια είναι η πιθανότητα η σφαίρα να είναι λευκή;
 - Εάν η σφαίρα να είναι λευκή, ποια είναι η πιθανότητα να έχει επιλεγεί από την 2^η κάλπη;
- 4:** Ένα αεροσκάφος έχει 3 κινητήρες. Για κάθε κινητήρα γνωρίζουμε ότι με πιθανότητα $p = 0.98$ λειτουργεί κανονικά για διάστημα μίας ώρας.
- Ποια η πιθανότητα ένας κινητήρας να λειτουργεί κανονικά κατά τη διάρκεια μίας πτήσης 3 ωρών.
 - Γνωρίζουμε ότι το αεροσκάφος πετάει όταν λειτουργούν τουλάχιστον 2 κινητήρες. Να υπολογιστεί η πιθανότητα να φτάσει στο προορισμό του μετά από πτήση 3 ωρών.
- 5:** Στο νοσοκομείο του Ρίου το τελευταίο τρίμηνο αντιμετώπισαν 50 περιστατικά σοβαρής αλλεργίας. Στους 10 από αυτούς τους ασθενείς χορηγήθηκε ένα νέο φάρμακο που θεραπεύει σε ποσοστό 90% και στους υπόλοιπους 40 ένα παλαιότερο φάρμακο που θεραπεύει σε ποσοστό 60%. Σήμερα επισκεύθηκε το νοσοκομείο ένας από αυτούς τους ασθενείς ο οποίος έχει θεραπευτεί. Ποια είναι η πιθανότητα να είχε χορηγηθεί σε αυτόν νέο φάρμακο;
- 6:** Ένα τεστ για διαβήτη δίνει σωστά αποτελέσματα για το 53% των ανθρώπων που έχουν διαβήτη και σωστό στο 95% των ανθρώπων που δεν έχουν διαβήτη. Γνωρίζουμε ότι το 8% του πληθυσμού πάσχει από διαβήτη.
- Ποια η πιθανότητα το άτομο να πάσχει από διαβήτη εάν το τεστ είναι θετικό;
 - Ποια η πιθανότητα το άτομο να μη πάσχει από διαβήτη εάν το τεστ είναι αρνητικό;
- 7:** Υποθέτουμε ότι το ποσοστό μιας συγκεκριμένης ασθένειας σε ένα πληθυσμό είναι 5%. Το 80% από εκείνους που έχουν την ασθένεια εμφανίζουν ένα συγκεκριμένο εργαστηριακό εύρημα (θετικό τεστ), ενώ μόνο το 10% από τους μη-ασθενείς παρουσιάζουν το ίδιο εύρημα (ψευδή θετικά). Ποια η πιθανότητα ένα τυχαίο άτομο του πληθυσμού να εμφανίζει το συγκεκριμένο εύρημα και να έχει πράγματι την ασθένεια;

8: Για τις ανάγκες του, ένα εργαστήριο χρησιμοποιεί μια ομάδα από 22 ποντικούς με την εξής σύνθεση:

	Καφέ	Λευκοί	Μαύροι	Σύνολο
Αρσενικοί	3	4	5	12
Θηλυκοί	2	4	4	10
Σύνολο	5	8	9	22

Εαν επιλέξουμε στην τύχη ένα ποντίκι, ποια είναι η πιθανότητα

- να επιλεγεί ένας καφέ θηλυκός ποντικός;
- να επιλεγεί ένας θηλυκός ποντικός, όταν γνωρίζουμε ότι έχει καφέ χρώμα;
- να επιλεγεί ένας καφέ ποντικός, όταν γνωρίζουμε ότι είναι γένους θηλυκού;

9: Εκλέγουμε τυχαία και με επανάθεση 10 γράμματα από το ελληνικό αλφάβητο (24 γράμματα και από αυτά τα 7 είναι φωνήεντα). Να υπολογιστεί

- η πιθανότητα εμφάνισης τουλάχιστον ενός φωνήεντος.
- η πιθανότητα εμφάνισης μόνο φωνηέντων.
- η μέση τιμή και η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής X που παριστάνει τον αριθμό των φωνηέντων στα 10 γράμματα.

10: Σε ένα κεντρικό φαρμακείο, το πλήθος των ημερήσιων πωλήσεων μιας συγκεκριμένης αναλγητικής αλοιφής ακολουθούν Poisson κατανομή με μέσο 10.

- Ποια η πιθανότητα το φαρμακείο να πουλήσει
 - σε μία ημέρα 3 αλοιφές;
 - σε δύο ημέρες τουλάχιστον 3 αλοιφές;
 - σε τρεις ημέρες καμμία αλοιφή;
- Ποιες πιθανότητες παριστούν οι ακόλουθες ποσότητες

$$1. p = \sum_{x=0}^{10} e^{-10} \frac{10^x}{x!} \quad \text{και} \quad 2. \binom{6}{3} (pq)^3 \quad \text{όπου} \quad q = 1 - p.$$

11: Σε μία εταιρία δουλεύουν 500 άτομα. Ποια η πιθανότητα

- ένας τουλάχιστον από αυτούς να έχει γενέθλια την 1^η Ιανουαρίου;
- το πολύ δύο από αυτούς να έχουν γενέθλια την 1^η Ιανουαρίου;

12: Σε μία εκλογή ο υποψήφιος A έχει την υποστήριξη του 40% του πληθυσμού. Ρωτάμε τυχαία 100 ψηφοφόρους και συμβολίσουμε με X το πλήθος αυτών που μας λένε ότι υποστηρίζουν τον A .

- Ποια είναι η μέση τιμή και η διασπορά της τυχαίας μεταβλητής (τ.μ.) X ;
- Να βρεθεί η πιθανότητα $P(30 < X \leq 46)$.

13: Η ποσότητα των φαριών (σε εκατοντάδες κιλά) που πουλάει μία ιχθυοτροφική μονάδα ημερησίως είναι μία συνεχής τυχαία μεταβλητή (τ.μ.), X , με συνάρτηση πυκνότητας (σ.π.)

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x, & 0 < x \leq 3 \\ \alpha(\beta - x) & 3 < x \leq 6 \\ 0 & \text{αλλού.} \end{cases}$$

- Να προσδιοριστούν τα α και β ώστε η συνάρτηση $f(x)$ να είναι πράγματι σ.π. και να δοθεί η αθροιστική συνάρτηση κατανομής (α.σ.κ.), $F(x)$, της τ.μ. X .
- Ποια είναι η πιθανότητα των ενδεχομένων:
 - σε μία ημέρα να πωληθούν περισσότερα από 300 κιλά;
 - σε μία ημέρα να πωληθούν από 150 έως 450 κιλά ψάρια;
- Είναι τα προηγούμενα ενδεχόμενα ανεξάρτητα μεταξύ τους;

14: Το ποσοστό χοληστερίνης στο αίμα των ανθρώπων είναι τ.μ. X με σ.π.

$$f(x) = \begin{cases} \alpha x(4-x), & 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{αλλού.} \end{cases}$$

α. Να προσδιοριστεί το α ώστε η συνάρτηση $f(x)$ να είναι πράγματι σ.π..

β. Να βρεθούν η μέση τιμή και διασπορά της τ.μ. X .

γ. Εξετάζουμε 46 άτομα και υπολογίσουμε το μέσο ποσοστό, \bar{X} , της χοληστερίνης στο αίμα.

Ποια είναι η πιθανότητα, το \bar{X} να είναι μεταξύ 2% και 3%;

15: Ο αριθμός των κλήσεων, ανά λεπτό (min), που φτάνουν σε ένα τηλεφωνικό κέντρο ακολουθεί Poisson με μέσο 3 κλήσεις. Να βρεθούν οι πιθανότητες

α. σε διάστημα 3 min να πάρουμε τουλάχιστον 20 κλήσεις.

β. σε διάστημα 2 min να πάρουμε το πολύ 5 κλήσεις.

γ. σε 3 διαφορετικά διαστήματα 2 min, να έχω τουλάχιστον 5 κλήσεις στο κάθε ένα.

16: Ο δείκτης I.Q. σε μια ομάδα ανθρώπων προσεγγίζεται καλά από την κανονική κατανομή με $\mu = 105$ και $\sigma = 20$. Ποιο είναι το ποσοστό των ανθρώπων με

α. I.Q. τουλάχιστον 50;

β. το πολύ 80;

γ. ανάμεσα σε 95 και 125;

17: Το ύψος των αντρών ενός πληθυσμού ακολουθεί κανονική κατανομή $N(\mu = 167cm, \sigma^2 = 3^2cm^2)$.

α. Ποιο ποσοστό του πληθυσμού των αντρών έχει ύψος

1. μεγαλύτερο από 1.67m;

2. μεταξύ 1.64m και 1.73m;

3. μεγαλύτερο από 1.70m;

β. Παίρνουμε ένα τυχαίο δείγμα από 4 άντρες. Ποια είναι η πιθανότητα

1. να έχουν όλοι ύψος πάνω από 1.70m;

2. δύο από αυτούς να είναι ψηλότεροι του μέσου ύψους και δύο χαμηλότεροι του μέσου ύψους;

18: Σε ένα κατάστημα καταφτάνουν κατά μέσο όρο 20 πελάτες την ώρα.

α. Ποια είναι η πιθανότητα ο χρόνος μεταξύ 2 διαδοχικών αφίξεων να είναι

1. μικρότερος από 3 λεπτά;

2. μεγαλύτερος από 4 λεπτά;

β. Υποθέσουμε ότι το 10% των πελατών αγοράζει ένα συγκεκριμένο αντικείμενο. Να βρεθεί η κατανομή του πλήθους των πελατών, ανά ώρα, που αγοράζουν το συγκεκριμένο αντικείμενο.

19: Ο χρόνος αναμονής των φοιτητών κάθε πρωί στη στάση του λεωφορείου ακολουθεί εκθετική κατανομή με μέσο χρόνο αναμονής 10 λεπτά.

α. Ποια είναι η πιθανότητα ένας φοιτητής να περιμένει στη στάση

1. περισσότερο από 10 λεπτά;

2. από 5 έως 15 λεπτά;

β. Ένας φοιτητής κατά τη διάρκεια του έτους πηγαίνει 120 μέρες στο πανεπιστήμιο με λεωφορείο.

Ποια είναι η πιθανότητα ο συνολικός χρόνος αναμονής να υπερβαίνει τις 20 ώρες;

γ. Επιλέγουμε στην τύχη 30 φοιτητές. Ποια είναι η πιθανότητα τουλάχιστον 6 από αυτούς να περιμένουν πάνω από 20 ώρες στη στάση κατά τη διάρκεια του έτους.

- 20:** Η διάρκεια ζωής των λυχνιών τηλεόρασης ορισμένου τύπου ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέσο 500 ώρες. Να βρεθούν οι ακόλουθες πιθανότητες:
- ο συνολικός αριθμός ωρών διάρκειας 100 λυχνιών να υπερβεί τις 6000 ώρες.
 - ο συνολικός αριθμός ωρών διάρκειας 100 λυχνιών να υπερβεί τις 60000 ώρες.
 - σε δείγμα 200 λυχνιών να περιέχονται το πολύ 10 λυχνίες με διάρκεια λιγότερη των 300 ωρών.
- 21:** Διασταυρώνουμε μπιζέλια ασπροκόκκινα με ασπροκόκκινα και περιμένουμε το 25% των νέων μπιζελιών να έχουν άσπρα άνθη. Αν εξετάσουμε 64 φυτά από τα νέα μπιζέλια, ποια είναι η πιθανότητα
- 16 φυτά να έχουν άσπρα άνθη;
 - 10 έως 20 φυτά να έχουν άσπρα άνθη;
- 22:** Συμβολίζουμε με X τη διάμετρο του κεφαλιού ενός εμβρύου, που βρίσκεται μεταξύ της $16\frac{75}{100}$ και της $25\frac{75}{100}$ εβδομάδας κύησης. Αυτή ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 46.58 mm και διασπορά 40.96 mm^2 . Παίρνουμε τυχαίο δείγμα 16 εμβρύων. Για τη μέση διάμετρο, \bar{X} , που προκύπτει από αυτό το δείγμα
- να βρεθεί η μέση τιμή και η διασπορά (να δικαιολογήσετε).
 - να υπολογιστεί η πιθανότητα η \bar{X} να είναι μεταξύ 44.42 και 48.98mm.
- 23:** Η ποσότητα μιας χημικής ουσίας, που περιέχεται σε κάθε δισκίο ενός φαρμάκου, ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 5mg και τυπική απόκλιση 2mg. Ένας ασθενής θεραπεύεται αν λάβει από 480 έως 530 mg της ουσίας αυτής. Εάν τις επόμενες 100 ημέρες λαμβάνει ένα δισκίο ημερησίως
- ποια είναι η μέση τιμή και τυπική απόκλιση της ποσότητας της χημικής ουσίας που θα λάβει ο ασθενής στο τέλος των 100 ημερών; (να δικαιολογήσετε)
 - ποια η πιθανότητα να θεραπευτεί στο τέλος των 100 ημερών;
- 24:** Οι μετρήσεις του ουρικού οξέος, σε άντρες ηλικίας 35-50 ετών, ακολουθούν κανονική κατανομή με μέση τιμή 5.4 mg/100ml και τυπική απόκλιση 1mg/100ml. Παίρνουμε τυχαίο δείγμα 25 μετρήσεων. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες
- ο μέσος όρος των μετρήσεων να είναι μεταξύ 5.4 και 5.6 mg/100ml.
 - πέντε από αυτές τις μετρήσεις να είναι μεγαλύτερες από 6.4mg/100ml η καθεμία (να δικαιολογήσετε).
- 25:** Το ύψος των φυτών μιας συγκεκριμένης ποικιλίας καλαμποκιού ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 144cm και τυπική απόκλιση 22cm. Παίρνουμε τυχαίο δείγμα 16 φυτών. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες
- το μέσο ύψος των φυτών να είναι μεταξύ 133 και 155cm.
 - σε κάθε ένα από τα 16 φυτά, το ύψος να είναι μεγαλύτερο από 144cm (να δικαιολογήσετε).
- 26:** Σε ένα εργαστήριο εκτροφής πειραματόζων, το βάρος των εκτρεφόμενων αρουραίων ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 175gr και τυπική απόκλιση 5gr.
- Τι ποσοστό του πληθυσμού των αρουραίων έχει βάρος μεταξύ 170 και 180gr;
 - Εάν σε μία μελέτη χρησιμοποιηθούν 36 από αυτά τα πειραματόζωα, ποια είναι η πιθανότητα το συνολικό τους βάρος να είναι λιγότερο από 6.24Kg; (να δικαιολογήσετε).