

Fermi Dirac statistics for free electrons in uniform electric and magnetic fields

Στατιστική των Φέρμι - Ντιράκ για ελεύθερα ηλεκτρόνια μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό και μαγνητικό πεδία

Α. Γιαννούσης, **Α. Στρέκλας** και Κ. Βλάχος

Πανεπιστήμιο Πατρών, Τμήμα Φυσικής.

Περίληψη

Στην εργασία αυτή μελετούμε το φαινόμενο Ντε Χάας - Βαν Άλφεν παρουσία ηλεκτρικού πεδίου. Αποδεικνύουμε ότι για αρκετά ασθενές ηλεκτρικό πεδίο, όπου οι συνθήκες είναι κατάλληλες για την κβάντωση της ενέργειας, η ελεύθερη ενέργεια είναι μια ημι - περιοδική συνάρτηση ως προς τα πεδία. Σαν συνέπεια βρίσκουμε, για την μαγνητική επιδεκτικότητα περιοδικές εκφράσεις που εύκολα εκφυλίζονται στις γνωστές εκφράσεις του φαινομένου Ντε Χάας - Βαν Άλφεν όταν το ηλεκτρικό πεδίο μηδενισθεί. Μέσα στα πλέσια της στατιστικής των Φέρμι - Ντιράκ υπολογίζουμε την ελεύθερη ενέργεια ανά μονάδα όγκου από την σχέση $F - n\zeta = -2kT \sum_i \left(1 + e^{(\zeta - \epsilon_i)/kT}\right)$. Χρησιμοποιούμε της προκύπτουσα σχέση για να υπολογίζουμε την μαγνητική επιδεκτικότητα σε δύο ενδιαφέρουσες οριακές περιπτώσεις.

1. Ευσταθείς καταστάσεις όπου $\sqrt{\alpha/\zeta} \ll 1$, $\alpha = \hbar^2 e^2 (E_1^2 + E_2^2) / 8m(\mu H)^2$.

Αποδεικνύουμε ότι όταν το ηλεκτρικό πεδίο είναι πολύ ασθενές $E/H \ll 10^{-7}$, η συνεισφορά περιορίζεται σε μια μικρή μετάθεση στο όρισμα των περιοδικών όρων. Πάνω από αυτή την τιμή προστίθεται ένας νέος περιοδικός όρος, μέσα από την συνάρτηση J_0 του Μπέσελ, και οφείλεται στην αλληλεπίδραση του μαγνητικού πεδίου με την εγκάρσια συνιστώσα του ηλεκτρικού πεδίου. Κάτω από κάποιες ορισμένες συνθήκες οι υπολογισμοί μας, δίνουν την ακόλουθη μαγνητική επιδεκτικότητα.

$$\chi = \frac{m^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3} \mu^2 (2\zeta)^{1/2} \left\{ 1 - \frac{3\pi kT}{\mu H} \left(\frac{\zeta}{\mu H} \right)^{1/2} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r^{1/2} \sinh(r\pi^2 kT/\mu H)} \right\} \times$$

$$\left[J_0 \left(\frac{2r\pi}{\mu H} \sqrt{\zeta \alpha} \right) \sin \left(\frac{\zeta + \alpha}{\mu H} r\pi - \frac{1}{4}\pi \right) \right] \Bigg\}$$

Για μηδενικό ηλεκτρικό πεδίο $\alpha \rightarrow 0$, ξαναβρίσκουμε τον γνωστό τύπο του φαινομένου των Ντε Χάας Βαν Άλφεν.

2. Ασταθείς καταστάσεις όπου $\sqrt{\alpha/\zeta} \gg 1$.

Όταν τα πεδία γίνουν ισχυρότερα, $\mu H \gg kT$ και $v_F \ll c\sqrt{(E_1^2 + E_2^2)/H^2}$ όπου v_F είναι η ταχύτητα Φέρμι, η μαγνητική επιδεκτικότητα μετατρέπεται σε μία διαφορά δύο ημι - περιοδικών όρων. Κάτω από κάποιες ορισμένες συνθήκες οι υπολογισμοί μας, δίνουν τώρα την ακόλουθη μαγνητική επιδεκτικότητα.

$$\chi = \frac{m^{3/2}}{3\pi^2\hbar^3} \mu^2 (2\zeta)^{1/2} \left\{ 1 + \frac{9kT}{\mu H} \left(\frac{\alpha}{\zeta} \right)^{5/4} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{(-1)^r}{r \sinh \left(r\pi^2 \sqrt{\alpha/\zeta} kT/\mu H \right)} \times \right. \\ \left. \left[\cos \left((\sqrt{\zeta} + \sqrt{\alpha})^2 \frac{r\pi}{\mu H} \right) - \sin \left((\sqrt{\zeta} - \sqrt{\alpha})^2 \frac{r\pi}{\mu H} \right) \right] \right\}$$

Τα αθροίσματα που εμφανίζονται στην παραπάνω σχέσεις συγκλίνουν ταχύτατα ως προς το r .