

# Ασκήσεις στην Εισαγωγή στην Αλγεβρα και Θεωρία Συνόλων Φύλλο 2

27 Οκτωβρίου 2010

**Ασκηση 1:** Εξετάστε ποιά από τα παρακάτω ισχύουν και ποιά όχι.

- $x \in \{x, \{x\}\}$
- $\{x\} \in \{x, \{x\}\}$
- $\{x\} \subseteq \{x, \{x\}\}$
- $x \in \{\{x\}, \{y\}\}$
- $\{x, y\} \subseteq \{x, \{y\}\}$

**Ασκηση 2:** Εστω ότι  $A, B, C$  είναι τυχαία υποσύνολα του  $X$ . Ποιά από τα παρακάτω ισχύουν;

- $A \Delta (B \Delta A) = \emptyset$
- $A \Delta (B \Delta A) = B$

Δώστε απόδειξη εκεί που η απάντησή σας είναι καταφατική. Επίσης δώστε ένα αντιπαράδειγμα που να εξηγεί γιατί δεν ισχύει η παρακάτω ισότητα

$$A \Delta (B \cap C) = (A \Delta B) \cap (A \Delta C)$$

**Ασκηση 3:** Εστω ότι  $R, S$  είναι σχέσεις διάταξης επί του συνόλου  $X$ . Αποδείξτε ότι και η τομή τους είναι σχέση διάταξης. Εξηγήστε, δίνοντας αντιπαράδειγμα, γιατί η ένωση δύο σχέσεων ισοδυναμίας δεν είναι σχέση ισοδυναμίας.

**Ασκηση 4:** Εστω ότι  $A_1, A_2, \dots, A_n, \dots$  είναι μεταβατικές σχέσεις επί του  $X$ . Υποθέτουμε ότι για κάθε δύο φυσικούς αριθμούς  $m, n$  έχουμε ότι  $A_m \subseteq A_n$  ή  $A_n \subseteq A_m$ . Δείξτε ότι τότε και η ένωση  $\bigcup_{n \in \mathbb{N}} A_n$  είναι μεταβατική σχέση.

ΠΑΡΑΚΑΛΩ ΕΠΙΣΤΡΕΨΤΕ ΤΙΣ ΛΥΣΕΙΣ ΣΑΣ ΓΡΑΠΤΩΣ ΜΕΧΡΙ ΤΗΝ ΤΡΙΤΗ 2/11