

Ασκήσεις στην Εισαγωγή στην Αλγεβρα και Θεωρία Συνόλων

27 Οκτωβρίου 2010

Ασκηση 1: Εστω ότι $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \sqrt{x^2 + 1} \geq 2\}$, $B = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$. Περιγράψτε τα σύνολα $A \cap B$, $A \cup B$, $\mathbb{R} - A$.

Ασκηση 2: Εστω ότι A, B είναι τυχαία υποσύνολα του X αλλά διαφορετικά από αυτό. Δείξτε ότι αν $A \cap Y = B \cap Y$ για όλα τα $Y \subseteq X$, που όμως είναι διαφορετικά από το X , τότε $A = B$. Επίσης δείξτε ότι αν $A \cup Y = B \cup Y$ για όλα τα $Y \subseteq X$, τότε $A = B$.

Ασκηση 3: Εστω ότι A, B είναι υποσύνολα του X . Αποδείξτε τις παρακάτω ισότητες

- $(A \cap B) \cap (A^c \cup B^c) = \emptyset$
- $(A \cap B) \cup (A^c \cup B^c) = X$

Εξηγήστε γιατί αυτές οι ισότητες μαζί συνιστούν απόδειξη του νόμου του De Morgan $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

Ασκηση 4: Εστω ότι A, B είναι τυχαία υποσύνολα του X . Αποδείξτε ότι αν $B \subseteq A^c$, τότε $A \cap B = \emptyset$ και ότι αν $A^c \subseteq B$, τότε $A \cup B = X$

ΠΑΡΑΚΑΛΩ ΕΠΙΣΤΡΕΨΤΕ ΤΙΣ ΛΥΣΕΙΣ ΣΑΣ ΓΡΑΠΤΩΣ ΜΕΧΡΙ ΤΗΝ ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ

15/10