3η Εβδομαδα - Δευτερα 22 Νοεμβριου 2004

Γ. ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΣΗ

1. Εισαγωγικά

Οι ψηφιακοί Η.Υ. είναι συστήματα επεξεργασίας πληροφοριών. Τα στοιχεία που εισάγονται στους Η.Υ. αποτελούνται από αριθμούς και πληροφορίες που έχουν κωδικοποιηθεί σε κατάλληλη **«ψηφιακή» (αριθμητική) μορφή**. Κατά συνέπεια στους Η.Υ. μπορούμε να πούμε ότι εισάγονται, πάντοτε πληροφορίες και λαμβάνονται ως αποτελέσματα πάλι ψηφιακές πληροφορίες.

Οι ψηφιακές πληροφορίες στους Η.Υ. παριστάνονται με την κατάσταση ομάδων φυσικών στοιχείων που μπορούν να υπάρχουν σε περισσότερες της μιάς καταστάσεις.

Τα φυσικά αυτά στοιχεία μπορεί να είναι **διακόπτες** (με καταστάσεις ανοικτοί-κλειστοί), **ηλεκτρομαγνήτες** (με καταστάσεις αργοί-ενεργοποιημένοι), **Φλιπ-Φλοπς** (με καταστάσεις Σ-Ρ) και είναι πάντοτε **δίτιμα στοιχεία***. Φυσικά, μπορούμε να αντιστοιχίσουμε σε κάθε μιά από τις δύο καταστάσεις των διτίμων αυτών φυσικών στοιχείων τα ψηφία 0 και 1 του δυαδικού συστήματος, με συνέπεια να καθίσταται το σύστημα αυτό το φυσικό σύστημα αριθμητικής και κωδικοποίησης πληροφοριών στους Η.Υ. Έτσι, όλες οι πληροφορίες αριθμητικές ή μη μέσα στους Η.Υ. παριστάνονται σαν πεπερασμένες σειρές **δυαδικών ψηφίων που ονομάζονται BITS** (BInary digiTS) και αποτελούν την ελάχιστη μονάδα πληροφορίας στους Η.Υ.†

*Τα **δίτιμα στοιχεία** που αποκλειστικά χρησιμοποιούνται σήμερα **είναι πολύ πιό αξιόπιστα** από άλλα, που μπορούν να ευρεθούν λειτουργικά σε περισσότερες από δύο καταστάσεις.

†Σχεδόν σ᾽ όλους τους Η.Υ. **τα μεμονωμένα στοιχεία μνήμης** (που αποθηκεύει το καθένα ένα bit πληροφορίας) είναι οργανωμένα **σε ομάδες στοιχείων με σταθερό μήκος** που λέγονται **λέξεις** (words). **Το βασικό είναι** ότι **όλα τα bits μιάς λέξεως** υφίστανται **σύγχρονη επεξεργασία**.

Προφανώς, για να μπορέσει ο Η.Υ. να κάνει χρήση ή να επεξεργαστεί μιά πληροφορία θα πρέπει αυτή να έχει πρώτα **κωδικοποιηθεί** (μετατραπεί) σε ψηφιακή (δυαδική) μορφή. Αυτή η μετατροπή ενώ δεν είναι δύσκολη, όπως θα δούμε παρακάτω, εν τούτοις είναι συχνή και χρονοβόρα, γι᾽ αυτό στους σημερινούς Η.Υ. η μετατροπή αυτή γίνεται αυτόματα από το ίδιο το σύστημα οποτεδήποτε είναι αναγκαίο· π.χ. κατά τη μεταφορά πληροφοριών από ένα περιφερειακό στη CPU.

Στη συνέχεια θα δούμε γενικά τον τρόπο παράστασης των αριθμητικών και συμβολικών πληροφοριών με τη βοήθεια των διαφόρων κωδικών που χρησιμοποιούνται κατά την ανταλλαγή πληροφοριών μεταξύ του κεντρικού υπολογιστού και των περιφερειακών του μονάδων ή άλλων υπολογιστών ή των χρηστών. Προηγούμενα, όμως, θα πρέπει να ορίσουμε τη **λέξη** (word) ενός Η.Υ. που είναι ένα σύνολο bits καθορισμένο σε κάθε Η.Υ. που το επεξεργάζεται σύγχρονα (ταυτόχρονα) και που είναι μεταξύ 8 bits (στους μικροϋπολογιστές) μέχρι 64 bits **(στους μεγάλους Η.Υ.), που λέγεται μήκος της λέξεως**.

Συνήθως το μήκος αυτό είναι 32 bits. Τέλος, η λέξη υποδιαιρείται σε **bytes** σε μήκος 8 bits και σε χαρακτήρες (characters) μήκους 6 bits. Ο παρακάτω πίνακας 20 δίδει το μήκος λέξεως σε διάφορου μεγέθους μηχανές.

Πίνακας 20. Μήκος λέξεως μηχανών

Μηχανή	Μέγεθος Λέξεως (σε bits)
INTEL 8080 (Microprocessor)	8
PDP-11 (Minicomputer)	16
IBM 370 (Computer - Main Frame)	32
ICL 2980 (Large computer)	64

(α) Αριθμητικές πληροφορίες

Το πρόβλημα της παραστάσεως αριθμητικών πληροφοριών σε δυαδική μορφή είναι βασικής σπουδαιότητας, αφού οι υπολογισμοί αποτελούν μια βασική έκφανση της επεξεργασίας πληροφοριών.

Στη συνέχεια περιγράφουμε **τα πιο βασικά αριθμητικά συστήματα** που αξιοποιούνται στους Η.Υ.

i). Παράσταση αριθμών

Κάθε πραγματικός αριθμός x στο αριθμητικό σύστημα **με βάση το** β, γράφεται στη μορφή:

$$(1) \qquad x = \sum_{k=-\mu}^{\nu-1} a_k \beta^k, \qquad 0 \leq a_k \leq (\beta - 1),\ \forall k$$

όπου:

β **η βάση του αριθμητικού συστήματος** στο οποίο είναι εκπεφρασμένος ο x,

a_k **τα ψηφία του αριθμού** x, στο σύστημα β,

k **η τάξη** του ψηφίου a_k,

ν **το πλήθος των ακεραίων ψηφίων**, του x,

μ **το πλήθος των κλασματικών ψηφίων**, του x, Το ψηφίο $\mathbf{a}_{\nu-1}$ ονομάζεται το **πιο σημαντικό ψηφίο** (the most significant digit). Προφανώς η (1) έχει έννοια για $\beta \geq 2$, όταν δε $\beta = 2$ το αριθμητικό σύστημα ονομάζεται δυαδικό, όταν $\beta = 8$ ονομάζεται οκταδικό, όταν $\beta = 16$ ονομάζεται δεκαεξαδικό κ.λ.π.

Το σύμβολο $x_{<\rho>}$ στο εξής θα σημαίνει την έκφραση του αριθμού x στο σύστημα ρ· π.χ. θα έχουμε:

$$324.885_{<10>} = 3{*}10^2{+}2{*}10^1{+}4{*}10^0{+}8{*}10^{-1}{+}8{*}10^{-2}{+}5{*}10^{10-3}.$$

Τέλος, από την (1) είναι σαφές ότι **το πλήθος των διαφορετικών βασικών ψηφίων ενός αριθμητικού συστήματος είναι ίσον με τη βάση του** και ότι το 0 είναι πάντοτε ένα βασικό ψηφίο του αριθμητικού συστήματος. Ο παρακάτω πίνακας 21 παρουσιάζει τα πιο εύχρηστα αριθμητικά συστήματα στους Η.Υ. μαζί με τα βασικά τους ψηφία.

Πίνακας 21. Τα βασικά αριθμητικά συστήματα (Α.Σ.)

Βάση	Ονομασία Α.Σ.	Βασικά ψηφία του Α.Σ.
2	Δυαδικό (Binary)	0, 1
8	Οκταδικό (Octal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
10	Δεκαδικό (Decimal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
16	Δεκαεξαδικό (Hexadecimal)	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F

Σημείωση:

Να σημειωθεί η χρήση των κεφαλαίων γραμμάτων του Λατινικού αλφαβήτου A, B, C, D, E, F, για την παράσταση των βασικών ψηφίων ενός αριθμητικού συστήματος με βάση $\beta > 10$.

Παραδείγματα:

1) Να ευρεθεί η πραγματική τιμή του αριθμού $x = A3C.A_{<16>}$.
Βάσει της (1) έχουμε:

$$\begin{aligned} x &= A * 16^2 + 3 * 16^1 + C * 16^0 + A * 16^{-1} \quad \text{ή} \\ x &= 10 * 256 + 48 + 12 + 10/16 \quad \text{ή} \\ x_{<10>} &= 2620\ 10/16. \end{aligned}$$

2) Όμοια του αριθμού $y = 763.15_{<8>}$.
Με τον ίδιο τρόπο όπως στο προηγούμενο παράδειγμα, παίρνουμε:

$$\begin{aligned} y &= 7 * 8^2 + 6 * 8^1 + 3 * 8^0 + 1 * 8^{-1} + 5 * 8^{-2} \quad \text{ή} \\ y_{<10>} &= 499\ 13/64. \end{aligned}$$

3) Όμοια του αριθμού $z = 01101.01_{<2>}$.
Διαδοχικά θα έχουμε:

$$\begin{aligned} z &= 1 * 2^3 + 1 * 2^2 + 0 * 1^1 + 1 * 2^0 + 0 * 2^{-1} + 1 * 2^{-2} \quad \text{ή} \\ z_{<10>} &= 13.25 \end{aligned}$$

ii) Αλλαγή βάσεως ακεραίων (Από το δεκαδικό στο δυαδικό)

Γενικά υπάρχουν 2 τρόποι μετατροπής ενός αριθμού από ένα αριθμητικό σύστημα σε άλλο, που για εποπτικούς λόγους θα υποθέσουμε από το δυαδικό στο δεκαδικό.

(I) Με διαδοχικές αφαιρέσεις

Ο πρώτος τρόπος αφαιρεί διάφορες δυνάμεις του 2, που αθροίζονται στο δεδομένο δυαδικό αριθμό, αφού η παρουσίαση ενός αριθμού στο δυαδικό σύστημα, στην ουσία είναι άθροιση κατάλληλων **δυνάμεων του 2, που αντιστοιχούν στα μη μηδενικά ψηφία του δυαδικού αριθμού**. Η όλη διαδικασία διευκολύνεται εάν έχουμε έναν πίνακα τιμών των διαφόρων δυνάμεων του 2, όπως είναι ο ακόλουθος πίνακας 22.

Πίνακας 22. Τιμές των δυνάμεων του 2

Δυνάμεις του 2	Τιμή
2^0	1
2^1	2
2^2	4
2^3	8
2^4	16
2^5	32
2^6	64
2^7	128
2^8	256
2^9	512 (Page)
2^{10}	1024 (**1 kb**)
2^{11}	2048
2^{12}	4096
2^{13}	8192
2^{14}	16384
2^{15}	32768
$\vdots$	$\vdots$
2^{20}	1048576 (**1 Megabyte**)
$\vdots$	$\vdots$
2^{30}	1073741824 (**1 Gigabyte**)
$\vdots$	$\vdots$

Παραδείγματα:

1. Να μετατραπεί 0 69 στο δυαδικό.

Στον πίνακα 22 παρατηρούμε ότι η μεγαλύτερη δύναμη που «χωράει» στον δοθέντα αριθμό είναι το $2^{6\cdot}$ άρα ο δυαδικός θα είναι της μορφής:

$$1\ x\ x\ x\ x\ x\ x.$$

Δι΄ αφαιρέσεως του $2^6 = 64$ από τον 69 ευρίσκουμε τον 5 (69-64). Επαναλμβάνουμε τη διαδικασία, αφαιρούμε από τον 5 τον 2^2, οπότε έχουμε υπόλοιπο 1, και στη νέα μορφή τον δυαδικό:

$$1\ 0\ 0\ 0\ 1\ x\ x.$$

Προφανώς το υπόλοιπο είναι ίσο με το 2^0, οπότε τελικά έχουμε:

$$\mathbf{69 = 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1_{<2>}} \quad (\equiv 2^6 + 2^2 + 2^0).$$

2. Όμοια για τον αριθμό 2004.

Από τον πίνακα 22 έχουμε διαδοχικά:

$$\begin{aligned}
2004 &= 2^{10} + (2004 - 1024) = 2^{10} + 980 \\
980 &= 2^{9} + (980 - 512) = 2^{9} + 468 \\
468 &= 2^{8} + (468 - 256) = 2^{8} + 212 \\
212 &= 2^{7} + (212 - 128) = 2^{7} + 84 \\
84 &= 2^{6} + (84 - 64) = 2^{6} + 20 \\
20 &= 2^{4} + (20 - 16) = 2^{4} + 4 \\
4 &= 2^{2}.
\end{aligned}$$

Άρα $\mathbf{2004 = 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0_{<2>}}$.

II. Με διαδοχικές διαιρέσεις

Στον τρόπο αυτό αξιοποιούμε την ταυτότητα της ατελούς διαίρεσης:

$$\Delta = \delta \cdot \pi + \upsilon,$$

οπότε διαιρούμε το δοθέντα αριθμό δια τον 2, οπότε αυτός γράφεται, στο πρώτο παράδειγμα του 69:

$$69 = 2 \cdot 34 + 1 \tag{2}$$

και συνεχίζουμε με το εκάστοτε πηλίκο, 34, της διαίρεσης:

$$\left\{ \begin{array}{rcr} 34 & = & 2 \cdot 17 + \mathbf{0}, \\ 17 & = & 2 \cdot 8 + \mathbf{1}, \\ 8 & = & 2 \cdot 4 + \mathbf{0}, \\ 4 & = & 2 \cdot 2 + \mathbf{0}, \\ 2 & = & 2 \cdot 1 + \mathbf{0}, \\ 1 & = & 2 \cdot \mathbf{0} + \mathbf{1}, \end{array} \right. \tag{3}$$

Η εύρεση πηλίκου 0 σηματοδοτεί το τέλος της διαδικασίας, αφού η αντικατάσταση της (3) στην (2) δίδει:

$$69 = 2 \cdot \{2 \cdot [2 \cdot (2 \cdot \{2 \cdot [2 \cdot 1 + 0] + 0\} + 0) + 1] + 0\} + 1,$$

που γράφεται:

$$69 = 2^6 + 2^2 + 1 = 1000101.$$

Η όλη διαδικασία μπορεί να οργανωθεί με τον ακόλουθο πίνακα, που στην πάνω γραμμή περιέχει τα διαδοχικά πηλίκα, ενώ στην κάτω τα διαδοχικά υπόλοιπα που δίδουν στην ουσία τα διαδοχικά ψηφία του αριθμού στο επιζητούμενο αριθμητικό σύστημα.

Έτσι, για το δεύτερο παράδειγμα έχουμε:

τέλος διαδικασίας →	0	1	3	7	15	31	62	125	250	501	1002	**2004**
οι αριθμοί στο δυαδικό →	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	0	$<\mathbf{2}>$
	a_{10}	a_9	a_8	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	

Άρα $2004 = 1\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0$.

Παράδειγμα 3: Να μετατραπεί ο 621 στο δυαδικό.

Στην προκείμενη περίπτωση ο πίνακας γίνεται:

0	1	2	4	9	19	38	77	155	310	621
1	0	0	1	1	0	1	1	0	1	$<2>$
a_9	a_8	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	

Στην πάνω σειρά εμφανίζονται τα πηλίκα των διαδοχικών διαιρέσεων με τη νέα βάση (2 στην προκειμένη περίπτωση), η μεσαία γραμμή δίδει τα διαδοχικά υπόλοιπα των παραπάνω διαιρέσεων, που στην ουσία αποτελούν τα ψηφία του αριθμού στη νέα βάση. Έτσι, θα έχουμε:

$$621_{<10>} = 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1_{<2>}.$$

Παράδειγμα 4: (Μετατροπή στο δεκαεξαδικό - HEX)
Να μετατραπεί το $49893_{<10>} \rightarrow x_{<16>}$.

Στην περίπτωση αυτή, ο πίνακας γίνεται:

0	12	194	3118	49893
12	**2**	**14**	**5**	
$a_3(=C)$	a_2	$a_1(=E)$	a_0	$<16>$

Άρα: $\mathbf{49893 = C2E5_{<16>}}$.

iii) Αλλαγή βάσεως κλασματικών αριθμών

Στην περίπτωση αριθμών που η πραγματική τιμή τους είναι κλασματική, τότε από την (1) έχουμε, για το κλασματικό μέρος:

$$x_{<\rho>} = a_{-1}\rho^{-1} + a_{-2}\rho^{-2} + \cdots + a_{-\mu}\rho^{-\mu}. \tag{4}$$

Από την (4) είναι προφανές ότι με **πολλαπλασιασμό** αμφότερων των μελών της επί ρ **θα παίρνουμε διαδοχικά τα κλασματικά ψηφία** του αριθμού στη νέα βάση ως **τα ακέραια μέρη των εκάστοτε γινομένων**, αφού:

$$x \cdot \rho \;=\; a_{-1}\rho^{0} + a_{-2}\rho^{-1} + \cdots + a_{-\mu}\rho^{-\mu+1}$$

ή

$$x \cdot \rho \;=\; a_{-1} + a_{-2}\rho^{-1} + \cdots + a_{-\mu}\rho^{-\mu+1},$$

όπου **το a_{-1} θα είναι το ακέραιο μέρος του γινομένου**.

Φυσικά η διαδικασία συνεχίζεται, αποδίδεται δε με τον παρακάτω πίνακα για την περίπτωση $0.453_{<10>} \to X_{<2>}$ (όπου είναι χρήσιμο να επισημανθεί η αντίθετη φορά στον σχηματισμό των ψηφίων, του πίνακα).

Παράδειγμα 5: Να μετατραπεί ο $0.453_{<10>}$ στο δυαδικό.

0.453	0.906	0.812	0.624	0.245	0.496	0.992	0.984	0.968	0.836
Ακέραιο Μέρος	0	1	1	1	0	0	1	1	1
$<2>$	a_{-1}	a_{-2}	a_{-3}	a_{-4}	a_{-5}	a_{-6}	a_{-7}	a_{-8}	a_{-9}

Άρα έχουμε: $0.453_{<10>} = 0.011100111..._{<2>}$.

Τέλος, στην περίπτωση που η πραγματική τιμή ενός αριθμού αποτελείται από ακέραιο και κλασματικό μέρος **η μετατροπή γίνεται χωριστά** στο **ακέραιο** και χωριστά στο **κλασματικό μέρος**, όπως φαίνεται στο παρακάτω παράδειγμα 6:

Παράδειγμα 6: Να γίνει η μετατροπή $323.203_{<10>} \rightarrow X_{<2>}$.

Στην προκειμένη περίπτωση, για μεν το ακέραιο μέρος έχουμε:

0	1	2	5	10	20	40	80	161	323
1	0	1	0	0	0	0	1	1	
a_8	a_7	a_6	a_5	a_4	a_3	a_2	a_1	a_0	$< 2 >$

οπότε: $323 = 101000011$.

Για δε το κλασματικό μέρος, θα έχουμε τον πίνακα:

0.203	0.406 0	0.812 0	0.624 1	0.248 1	0.496 0	0.992 0	0.984 1	0.968 1	0.936 1
$< 2 >$	a_{-1}	a_{-2}	a_{-3}	a_{-4}	a_{-5}	a_{-6}	a_{-7}	a_{-8}	a_{-9}

οπότε παίρνουμε:

$$0.203 = 0.001100111\cdots$$

Άρα, τελικά, έχουμε: $323.203_{<10>} = 101000011.001100111..._{<2>}$.

4. Εξωτερική παράσταση δυαδικών αριθμών (Οκταδική και Δεκαεξαδική μορφή)

Το δυαδικό σύστημα αρίθμησης είναι **εξαιρετικό για τις μηχανές**, λόγω της απλότητάς του και της χρήσης δύο μόνο αριθμητικών συμβόλων. Η ανθρώπινη χρήση του όμως παρουσιάζει προβλήματα λόγω του μεγάλου μήκους των αριθμών που παρουσιάζονται. Έτσι, όταν οι επιστήμονες των ηλεκτρονικών υπολογιστών (computer scientists) χειρίζονται δυαδικούς αριθμούς, τους μετατρέπουν σε δύο άλλα συγγενή, **συμπαγεί συστήματα**, που είναι συναρτημένα με το δυαδικό.

Αυτά είναι το **οκταδικό** (octal) και το **δεκαεξαδικό** σύστημα (Hexadecimal - HEX), για τα οποία ισχύουν οι δύο βασικές σχέσεις:

$$8 = 2^3 \qquad \text{και} \qquad 16 = 2^4.$$

Έτσι, κάθε δυαδικός αριθμός μπορεί εύκολα α μετατραπεί σε οκταδικό (με το 1/3 του μήκους του δυαδικού), ή σε δεκαεξαδικό (με το 1/4 του μήκους του), πράγμα που μπορεί να γίνει εάν το δυαδικό, τον χωρίσουμε σε **τριψήφια** ή **τετραψήφια** τμήματα από το ψηφίο των μονάδων του προς τα ψηφία ανώτερης τάξης. Π.χ., η μεγαλύτερη τιμή που μπορεί να πάρει ένας δυαδικός με μήκος οκτώ ψηφία (1 byte) είναι προφανώς ο:

$$11111111 \quad (= 255).$$

Εάν αυτό χωριστεί σε τριψήφια και τετραψήφια τμήματα γράφεται:

$$11\ 111\ 111\ (\Rightarrow Oct), \qquad 1111\ 1111\ (\Rightarrow Hex).$$

Η τιμή κάθε τριψήφιου (αντίστοιχα τετραψήφιου) τμήματος κυμαίνεται από 0-7 (αντίστοιχα 0-15), που αποτελεί ψηφίο του Οκταδικού (αντίστοιχα Δεκαεξαδικού) συστήματος· στη προκειμένη περίπτωση του byte θα έχουμε τις τιμές:

$$\begin{aligned} \mathbf{Oc} &= \mathbf{377}(\equiv 3 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 7 = 192 + 56 + 7 = 255) \\ \mathbf{Hex} &= \mathbf{FF} \equiv 15 \cdot 16 + 15 = 240 + 15 = 255). \end{aligned}$$

Αντίθετα, δε, από την οκταδική (ή δεκαεξαδική) μορφή ενός αριθμού, μπορούμε εύκολα να πάρουμε την δυαδική του έκφραση αναπτύσσοντας κάθε ψηφίο του οκταδικού (αντίστοιχα του δεκαεξαδικού) αριθμού στο **τριψήφιο δυαδικό** (αντίστοιχα στο **τετραψήφιο δυαδικό**), βάσει της ισοδυναμίας των ψηφίων του οκταδικού (αντίστοιχα του δεκαεξαδικού) που δίδεται στον ακόλουθο πίνακα 23 (αντίστοιχα στο πίνακα 24).

Πίνακας 23. Ισοδυναμία ψηφίων του **οκταδικού** στο δυαδικό

Ψηφίο **Οκταδικού**	0	1	2	3	4	5	6	7
Δυαδικό	000	001	010	011	100	101	110	111

Πίνακας 24. Ισοδυναμία ψηφίων του **δεκαεξαδικού** στο δυαδικό

Ψηφίο **Δεκαεξαδικού**	0	1	2	3	4	5	6	7
Δυαδικό	0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111
Ψηφίο **Δεκαεξαδικού**	8	9	A	B	C	D	E	F
Δυαδικό	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111

5. Παράσταση αρνητικών αριθμών (Signed Numbers)

Στους αριθμητικούς υπολογισμούς η χρήση αρνητικών αριθμών είναι αυτονόητη, πράγμα που ισχύει και στους Η.Υ., τους οποίους με μια ειδική τεχνικη (**του συμπληρώματος του 2**) τους παριστάνουμε στους Η.Υ. με ένα «φυσικό» τρόπο που ενωποιεί τις πράξεις της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Η παράσταση ενός αρνητικού αριθμού με την μέθοδο του συμπληρώματος (The two's complement system) γίνεται ως εξής: Για δοθέντα αριθμό, π.χ. ο -27, βρίσκουμε κατ᾽ αρχήν, τον ισοδύναμο δυαδικό (στη λέξη του υπολογιστή, που εδώ υποτίθεται ότι είναι μήκους 1byte).

Στην προκειμένη περίπτωση είναι ο δυαδικός **00011011**. Για την παράσταση του -27, βρίσκουμε το συμπλήρωμα του ως προς το 2 του θετικού, δηλαδή του **11100100**, στο οποίο προσθέτουμε το 1, οπότε λαμβάνουμε την παράσταση του -27 (11100100 + 1) που είναι ο αριθμός:

$$-27 \equiv 11100101.$$

(Σημειώνουμε ότι το πιο σημαντικό bit των αρνητικών **είναι πάντοτε το 1**.)

Προς έλεγχο της ακρίβειας του ορισμού, ας προσθέσουμε τον -27 στον 27 και ας δούμε πιο είναι το άθροισμα τους. Δηλαδή:

$$\begin{array}{c|cccccccc} & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

Το ένατο ψηφίο του υπολογιστή είναι εκτός λέξεως του υπολογιστή και αποτελεί το overflow (που χάνεται), ενώ εκείνο που μένει στη λέξη είναι το 0, οπότε επαληθεύεται ο ορισμός του αντιθέτου.

Παράδειγμα: Ας υπολογίσουμε τον μέγιστο θετικό και τον ελάχιστο αρνητικό, που ορίζεται σ᾽ έναν υπολογιστή με μήκος 2 bytes (16 bits).

Ο μεγαλύτερος θετικός προφανώς θα είναι ο

$$0111\ 1111\ 1111\ 1111 = 32767.$$

Ο μικρότερος αρνητικός θα είναι ο

$$1000\ 0000\ 0000\ 0000 = -32768.$$

Άσκηση: Να ευρεθεί ο μεγαλύτερος θετικός και ο μικρότερος αρνητικός σ᾽ έναν Η.Υ. που έχει λέξη 4 bytes (η πιό συχνή περίπτωση).

6. Παράσταση πολύ μεγάλων και πολύ μικρών αριθμών

Στους επιστημονικούς υπολογισμούς, αλλά και σε άλλες περιπτώσεις παρουσιάζεται η ανάγκη χρήσης **πολύ μεγάλων** και **πολύ μικρών** αριθμών, πράγμα που δεν καλύπτεται από τη χρήση των ακεραίων, που έχουν ήδη αναφερθεί. Π.χ. σε μία μηχανή με λέξη 4 bytes ο μεγαλύτερος ακέραιος που μπορεί να απομνημονευθεί είναι ο $2^{31} - 1$, ένας αριθμός με 10 ακέραια ψηφία, που προφανώς είναι ανεπαρκής ακόμη και για τον προϋπολογισμό του Ελληνικού Κράτους, που απαιτεί αριθμούς της τάξεως των τρισεκατομμυρίων.

Για την κάλυψη των αναγκών μας επινοήθηκε ο συμβολισμός της «**κινητής υποδιαστολής**» (floating point notation) που στην ουσία είναι ο γνωστός μας **επιστημονικός συμβολισμός** των αριθμών, με ένα ζεύγος ποσοτήτων που ονομάζονται **mantissa** (αποτελεί το δεκαδικό μέρος του αριθμού, που είναι μικρότερο του 1 και μεγαλύτερο του 0.1) και **τον εκθέτη** (exponent), που αποτελεί την κατάλληλη δύναμη του 10, που πολλαπλασιασμένη επί την mantissa μας δίδει τον αρχικό αριθμό. Π.χ. εάν έχουμε τον αριθμό 1821.15, αυτός γράφεται $\mathbf{0.182115 * 10^4}$. Το τμήμα του αριθμού **0.182115** είναι η **mantissa** και **το 4 είναι ο εκθέτης**, ο δε υπολογιστής απομνημονεύει στη μνήμη του ξεχωριστά (σε άλλα bits) την mantissa και σε άλλα bits της λέξης τον εκθέτη. Τέλος, εμείς για τον δικό μας συμβολισμό θα γράφουμε τους πραγματικούς αριθμούς: $1821.15 = 0.182115E4$. Με την ίδια λογική θα γράφουμε τον $0.00000000345 = 0.345E-8$.

Σημείωση: Χρήσιμο είναι να επισημανθεί ότι στην mantissa το πρώτο δεκαδικό ψηφίο της **είναι πάντα διάφορο του μηδενός**.

7. Κωδικοποίηση του δεκαδικού (Decimal) συστήματος με χρήση δυαδικού (BCD κωδικες)

Για να κωδικοποιήσουμε τα δέκα ψηφία του δεκαδικού συστήματος απαιτούνται το λιγότερο 4 δυαδικά ψηφία, αφού τα 3 δυαδικά ψηφία δημιουργούν μόνο 8 διαφορετικές διατάξεις.

Έτσι, **κάθε αντιστοιχία** μεταξύ των **10 ψηφίων** του δεκαδικού συστήματος και **10 διαφορετικών 4ψήφιων** δυαδικών αριθμών (εκ των 16 συνολικώς) **αποτελεί έναν κώδικα δεκαδικό κωδικοποιημένο δυαδικώς** (BCD-Binary Coded Decimal). Κάθε BCD κώδικας χαρακτηρίζεται από το πλήθος των δυαδικών των ψηφίων. στα επόμενα θα εξετάσουμε μερικές χαρακτηριστικές περιπτώσεις.

(α) Αριθμητικοί 4-ψήφιοι BCD κώδικες

Προφανώς στους 16 διαφορετικούς τετραψήφιους δυαδικούς υπάρχουν πολλοί τρόποι (δισεκατομμύρια) αντιστοίχισης των 10 δεκαδικών ψηφίων.

Από το σύνολο αυτό υπάρχει ένας αριθμός αντιστοιχίσεων με ιδιαίτερα χρήσιμα χαρακτηριστικά, όπως, π.χ., **η φυσική αντιστοίχιση** (που λέγεται 8-4-2-1 BCD κώδικας). Ο παρακάτω Πίνακας 25 δίδει 4 χαρακτηριστικές περιπτώσεις 4-ψήφιων **BCD κωδίκων**.

Πίνακας 25. Τετραψήφιοι BCD Κώδικες

Δεκαδικό Ψηφίο	B C D ΚΩΔΙΚΕΣ				Παρατηρήσεις
	8,4,2,1	2,4,2,1	Excess-3	Gray	
0	0 0 0 0	0 0 0 0	0 0 1 1	0 0 0 0	Ο κωδικός Excess-3 (πλεονασμό κατά 3) παράγεται από τον 8,4,2,1 κώδικα με πρόσθεση του 3. Στον κώδικα του Gray κάθε ψηφίο διαφέρει από το προηγούμενο (και επόμενο) του μόνο σε ένα δυαδικό ψηφίο. Στους δύο πρώτους κωδικες οι αριθμοί 8,4,2,1 αποτελούν τα βάρη κάθε στήλης, ενώ το σύνολό τους αποτελεί το βάρος του κώδικα
1	0 0 0 1	0 0 0 1	0 1 0 0	0 0 0 1	
2	0 0 1 0	0 0 1 0	0 1 0 1	0 0 1 1	
3	0 0 1 1	0 0 1 1	0 1 1 0	0 0 1 0	
4	0 1 0 0	0 1 0 0	0 1 1 1	0 1 1 0	
5	0 1 0 1	1 0 1 1	1 0 0 0	0 1 1 1	
6	0 1 1 0	1 1 0 0	1 0 0 1	0 1 0 1	
7	0 1 1 1	1 1 0 1	1 0 1 0	0 1 0 0	
8	1 0 0 0	1 1 1 0	1 0 1 1	1 1 0 0	
9	1 0 0 1	1 1 1 1	1 1 0 0	1 1 0 1	
Κύρια Χαρακτηριστικά	Διευκολύνει στις πράξεις· απαριθμητες (κατασκευή τους)	Διευκολύνει στην αφαίρεση αριθμών	Απλουστεύει αριθμητικές πράξεις	Διευκολύνει την ανίχνευση σφάλματος	

(β) Πενταψήφιοι BCD κώδικες (κώδικες ανίχνευσης σφαλμάτων)

Τους BCD κώδικες με περισσότερα από 4 ψηφία τους ονομάζουμε κώδικες με πλεονασμό· **ο πλεονασμός αυτός οδηγεί σε κώδικες διαπιστώσεως και διορθώσεως σφαλμάτων**. Έτσι, υπάρχουν κώδικες διαπιστώσεως ενός σφάλματος με χρήση ενός ψηφίου πλεονασμού, η διαπιστώσεως 2 σφαλμάτων με πλεονασμό 2 ψηφίων. Τέλος, στην περίπτωση χρήσης πολλαπλών ψηφίων πλεονασμού μπορούμε να έχουμε και διόρθωση σφαλμάτων. Στην περίπτωση των 5-ψήφιων BCD κωδίκων υπάγεται η περίπτωση των 4-ψήφιων BCD κωδίκων στους οποίους έχει προστεθεί **ένα ψηφίο ισοτιμίας** (Parity Digit), που αξιοποιείται για την ανίχνευση σφαλμάτων. **Υπάρχουν δύο είδη ισοτιμίας**, **η άρτια** (even parity) και **η περιττή** (odd parity). Κάθε μία από αυτές ορίζεται έτσι ώστε το πλήθος των δυαδικών μονάδων σε κάθε BCD ψηφίο είναι πάντα άρτιος, ή περιττός αριθμός. Ο πίνακας 26 δίδει τις δύο περιπτώσεις για τη φυσική αντιστοίχιση.

Πίνακας 26. Κώδικες με ισοτιμία

Δεκαδικά Ψηφία	4-ψήφιος 8,4,2,1	5-ψήφιος με ΑΡΤΙΑ ισοτιμία	5-ψήφιος με ΠΕΡΙΤΤΗ ισοτιμία
0	0 0 0 0	↓ 0 0 0 0 0	↓ 1 0 0 0 0
1	0 0 0 1	1 0 0 0 1	0 0 0 0 1
2	0 0 1 0	1 0 0 1 0	0 0 0 1 0
3	0 0 1 1	0 0 0 1 1	1 0 0 1 1
4	0 1 0 0	1 0 1 0 0	0 0 1 0 0
5	0 1 0 1	0 0 1 0 1	1 0 1 0 1
6	0 1 1 0	0 0 1 1 0	1 0 1 1 0
7	0 1 1 1	1 0 1 1 1	0 0 1 1 1
8	1 0 0 0	1 1 0 0 0	0 1 0 0 0
9	1 0 0 1	0 1 0 0 1	1 1 0 0 1

Προφανώς, ο έλεγχος της αρτιότητας/περιττότητας του πλήθους μονάδων ενός BCD ψηφίου μπορεί να διαπιστώσει την ύπαρξη σφάλματος, χωρίς όμως να έχει τη δυνατότητα να εντοπίσει σε ποιό δυαδικό ψηφίο έχει αυτό συμβεί. Φυσικά, σφάλματα συμβαίνουν είτε λόγω φυσικής βλάβης στα μέσα παράστασης των δυαδικών ψηφίων, ή λόγω θορύβου (noise) κατά τις μεταφορές των ψηφίων στις διάφορες μονάδες του Η.Υ., κατά τη διάρκεια της επεξεργασίας ενός προβλήματος.

Τέλος, στις περιπτώσεις πολυψήφιων δεκαδικών αριθμών, αυτοί μετατρέπονται σε BCD κώδικα με μετατροπή του κάθε ψηφίου τους σε BCD ψηφίο και απλή παράθεση των δυαδικών ψηφίων στην αρμόζουσα σειρά· π.χ., για τη μετατροπή του 1985 στους 6 κώδικες που έχουμε ήδη αναφέρει θα έχουμε τον παρακάτω πίνακα 27.

Πίνακας 27.

Δεκαδικός Αριθμός		1	9	8	5
4-ψήφιος BCD	8,4,2,1	0 0 0 1	1 0 0 1	1 0 0 0	0 1 0 1
	2,4,2,1	0 0 0 1	1 1 1 1	1 1 1 0	1 0 1 1
	Excess-3	0 1 0 0	1 1 0 0	1 0 1 1	1 0 0 0
	Gray	0 0 0 1	1 1 0 1	1 1 0 0	0 1 1 1
5-ψήφιος BCD	Άρτια Ισοτ.	100 0 1	010 0 1	110 0 0	001 0 1
	Περιττή Ισοτ.	000 0 1	110 0 1	010 0 0	101 0 1

Είναι εύκολο να παρατηρήσει κανείς ότι ο αρχικός 4-ψήφιος δεκαδικός αριθμός 1985 μετατράπηκε αντίστοιχα στους 16-ψήφιους και 20-ψήφιους δυαδικούς αριθμούς:

0001	1001	1000	0101	(κώδικας 8,4,2,1)
0001	1111	1110	1011	(κώδικας 2,4,2,1)
0100	1100	1011	1000	(κώδικας Excess-3)
0001	1101	1100	0111	(κώδικας Gray)
10001	01001	11000	00101	(κώδικας 8,4,2,1, Άρτια Ισοτιμία)
00001	11001	01000	10101	(κώδικας 8,4,2,1, Περιττή Ισοτιμία)

πράγμα που πιθανόν να προβληματίσει καταρχή, αφού ο αρχικός δεκαδικός θα μπορούσε με διαδοχικές διαιρέσεις να μετατραπεί στον 11-ψήφιο 11111000001 δυαδικό. Το δίλημμα είναι χωρίς βάση, γιατί η μετατροπή σε BCD κώδικα του δεκαδικού γίνεται παράλληλα σε όλα τα ψηφία του και άρα ταχύτατα, χωρίς την εκτέλεση ουδεμιάς πράξεως (π.χ. 11 διαιρέσεων του παραπάνω παραδείγματος)

(γ) Αλφαριθμητικοί κώδικες

Οι Η.Υ. εκτός των αριθμητικών πληροφοριών επεξεργάζονται και πληροφορίες που περιέχουν γράμματα, σημεία στίξεως καθώς και ειδικά σύμβολα που όλα μαζί (αριθμητικά ψηφία, αλφαβητικούς χαρακτήρες και ειδικά σύμβολα) καλούνται **αλφαριθμητικό σύνολο**.

(i) Εξαψήφιοι BCD κώδικες - Παράσταση χαρακτήρων

Φυσικά το αλφαριθμητικό σύνολο κωδικοποιείται, όπως και οι αριθμοί, στο δυαδικό σύστημα, με χρήση τουλάχιστον 6 δυαδικών ψηφίων (αφού απαιτούνται 26 - για γράμματα - και 10 - για αριθμητικά ψηφία - 36 δυαδικοί αριθμοί). Ένα σύνολο 6 δυαδικών ψηφίων με τα οποία κωδικοποιείται το αλφαριθμητικό σύνολο καλείται **χαρακτήρας** (character), που ένα ακέραιο πλήθος τους συνιστά τη λέξη του Η.Υ. Προφανώς με τα 6-ψήφια έχουμε 64 δυαδικούς αριθμούς και κατά συνέπεια ο εξαψήφιος κώδικας BCD μπορεί να παραστήσει 64 διαφορετικούς χαρακτήρες. **Η μορφή ενός χαρακτήρα στον 6-ψήφιο BCD κώδικα με ψηφίο ισοτιμίας** δίδεται στον ακόλουθο πίνακα 28 (αναγράφεται και η ονομασία του κάθε bit).

Πίνακας 28. Δομή Χαρακτήρα στον 6-ψήφιο BCD κώδικα

P	B	A	8	4	2	1
Parity Bit	Bits Ζώνης		Bits Ψηφίου (Digit)			

Τέλος, στον κώδικα αυτόν, τα δύο ανωτέρας τάξεως ψηφία που συνήθως παρίστανται με A και B, **χαρακτηρίζουν τους μη αριθμητικούς χαρακτήρες**, ενώ έχουν τιμή 0 και τα δύο στην περίπτωση παράστασης αριθμητικών στοιχείων (που παρίστανται με τα υπόλοιπα 4 δυαδικά ψηφία με κώδικα 8,4,2,1).

Ο πίνακας 29 δίδει τον πλήρη 6-ψήφιο BCD κώδικα με το bit περιττής ισοτιμίας C (Η **παρουσία** γράμματος ή αριθμού σημαίνει bit 1, αλλιώς μηδέν).

(ii) Κώδικας EBCDIC (Extended Binary Coded Decimal Interchange Code)

Ο κώδικας EBCDIC είναι ένας 8-ψήφιος κώδικας, που επινοήθηκε για να καλύψει την αδυναμία του περιορισμένου ρεπερτορίου των 64 χαρακτήρων του προηγούμενου κώδικα (ιδιαίτερα στις εμπορικές εφαρμογές όπου μια ευρεία σειρά συμβόλων είναι αναγκαία, π.χ. και μικρά γράμματα), και **μπορεί να παραστήσει 128 χαρακτήρες**, χρησιμοποιεί δε προς τούτο 8-ψήφιους δυαδικούς με ένα επιπλέον ψηφίο ισοτιμίας.

Η μορφή του χαρακτήρα στον κώδικα αυτό είναι όπως φαίνεται στον πίνακα 29.

Πίνακας 29. Δομή Χαρακτήρα στον κώδικα EBCDIC

P	8	4	2	1	8	4	2	1
Parity Bit	Bits Ζώνης (Zone)				Bits Ψηφίου (Digit)			

Πίνακας 30. Ο πλήρης 6-ψήφιος κώδικας BCD

Χαρακτήρας 1	: 2	Διάτρηση στην κάρτα	Κώδικας BCD						
ƀ	:	No punches	C						
.	:	12-3-8		B	A	8		2	1
$>$	:)	12-4-8	C	B	A	8	4		
[	:	12-5-8		B	A	8	4		1
	:	12-6-8		B	A	8	4	2	
$\not\equiv$	:	12-7-8	C	B	A	8	4	2	1
&	:	12	C	B	A				
$	:	11-3-8	C	B		8		2	1
$*$	:	11-4-8		B		8	4		
]	:	11-5-8	C	B		8	4		1
;	:	11-6-8	C	B		8	4	2	
$\triangle$	:	11-7-8		B		8	4	2	1
−	:	11		B					
/	:	0-1	C		A				1
,	:	0-3-8	C		A	8		2	1
%	:(	0-4-8			A	8	4		
~	:	0-5-8	C		A	8	4		1
\	:	0-6-8	C		A	8	4	2	
⧻	:	0-7-8			A	8	4	2	1
ƀ	:	2-8			A				
#	:=	3-8				8		2	1
@	:	4-8	C			8	4		
:	:	5-8				8	4		1
$>$		6-8				8	4	2	
$\surd$		7-8	C			8	4	2	1
?		12-0	C	B	A	8		2	
A		12-1		B	A				1
B		12-2		B	A			2	
C		12-3	C	B	A			2	1
D		12-4		B	A		4		
E		12-5	C	B	A		4		1
F		12-6	C	B	A		4	2	

Χαρακτήρας	Διάτρηση στην κάρτα	Κώδικας BCD						
G	12-7		B	A		4	2	1
H	12-8		B	A	8			
I	12-9	C	B	A	8			1
!	11-0		B		8		2	
J	11-1	C	B					1
K	11-2	C	B				2	
L	11-3		B				2	1
M	11-4	C	B			4		
N	11-5		B			4		1
O	11-6		B			4	2	
P	11-7	C	B			4	2	1
Q	11-8	C	B		8			
R	11-9		B		8			1
$\neq$	0-2-8			A	8		2	
S	0-2	C		A			2	
T	0-3			A			2	1
U	0-4	C		A		4		
V	0-5			A		4		1
W	0-6			A		4	2	
X	0-7	C		A		4	2	1
Y	0-8	C		A	8			
Z	0-9			A	8			1
0	0	C			8		2	
1	1							1
2	2						2	
3	3	C					2	1
4	4					4		
5	5	C				4		1
6	6	C				4	2	
7	7					4	2	1
8	8				8			
9	9	C			8			1

(**Σημείωση:** Παρατηρήσατε την κωδικοποίηση του μηδενός με 1001010, δηλ. 10 για την διάκριση από το κενό b)

Πίνακας 31. Ο κώδικας EBCDIC

Χαρακτήρας	Κώδικας EBCDIC	Χαρακτήρας	Κώδικας EBCDIC	Χαρακτήρας	Κώδικας EBCDIC	Χαρακτήρας	Κώδικας EBCDIC
NULL	0000 0000	b (blank)	0100 0000		1000 0000		1100 0000
	0000 0001		0100 0001	a	1000 0001	A	1100 0001
	0000 0010		0100 0010	b	1000 0010	B	1100 0010
	0000 0011		0100 0011	c	1000 0011	C	1100 0011
PF	0000 0100		0100 0100	d	1000 0100	D	1100 0100
HT	0000 0101		0100 0101	e	1000 0101	E	1100 0101
LC	0000 0110		0100 0110	f	1000 0110	F	1100 0110
DEL	0000 0111		0100 0111	g	1000 0111	G	1100 0111
	0000 1000		0100 1000	h	1000 1000	H	1100 1000
	0000 1001		0100 1001	i	1000 1001	I	1100 1001
	0000 1010	c	0100 1010		1000 1010		1100 1010
	0000 1011	.	0100 1011		1000 1011		1100 1011
	0000 1100	<	0100 1100		1000 1100		1100 1100
	0000 1101	(	0100 1101		1000 1101		1100 1101
	0000 1110	+	0100 1110		1000 1110		1100 1110
	0000 1111	|	0100 1111		1000 1111		1100 1111
	0001 0000	&	0101 0000		1001 0000		1101 0000
	0001 0001		0101 0001	j	1001 0001	J	1101 0001
	0001 0010		0101 0010	k	1001 0010	K	1101 0010
	0001 0011		0101 0011	l	1001 0011	L	1101 0011
RES	0001 0100		0101 0100	m	1001 0100	M	1101 0100
NL	0001 0101		0101 0101	n	1001 0101	N	1101 0101
BS	0001 0110		0101 0110	o	1001 0110	O	1101 0110
IDL	0001 0111		0101 0111	p	1001 0111	P	1101 0111
	0001 1000		0101 1000	q	1001 1000	Q	1101 1000
	0001 1001		0101 1001	r	1001 1001	R	1101 1001
	0001 1010	!	0101 1010		1001 1010		1101 1010
	0001 1011	$	0101 1011		1001 1011		1101 1011
	0001 1100	*	0101 1100		1001 1100		1101 1100
	0001 1101	)	0101 1101		1001 1101		1101 1101
	0001 1110	:	0101 1110		1001 1110		1101 1110
	0001 1111		0101 1111		1001 1111		1101 1111
	0010 0000	-	0110 0000		1010 0000		1110 0000
	0010 0001	/	0110 0001		1010 0001		1110 0001
	0010 0010		0110 0010	s	1010 0010	S	1110 0010
	0010 0011		0110 0011	t	1010 0011	T	1110 0011
BYP	0010 0100		0110 0100	u	1010 0100	U	1110 0100
LF	0010 0101		0110 0101	v	1010 0101	V	1110 0101
EOB	0010 0110		0110 0110	w	1010 0110	W	1110 0110
PRE	0010 0111		0110 0111	x	1010 0111	X	1110 0111
	0010 1000		0110 1000	y	1010 1000	Y	1110 1000
	0010 1001		0110 1001	z	1010 1001	Z	1110 1001
	0010 1010		0110 1010		1010 1010		1110 1010
	0010 1011	.	0110 1011		1010 1011		1110 1011
	0010 1100	%	0110 1100		1010 1100		1110 1100
	0010 1101	−	0110 1101		1010 1101		1110 1101
	0010 1110	>	0110 1110		1010 1110		1110 1110
	0010 1111	?	0110 1111		1010 1111		1110 1111
	0011 0000		0111 0000		1011 0000	0	1111 0000
	0011 0001		0111 0001		1011 0001	1	1111 0001
	0011 0010		0111 0010		1011 0010	2	1111 0010
	0011 0011		0111 0011		1011 0011	3	1111 0011
PN	0011 0100 34		0111 0100		1011 0100	4	1111 0100
RS	0011 0101 35		0111 0101		1011 0101	5	1111 0101
UC	0011 0110 36		0111 0110		1011 0110	6	1111 0110
EOT	0011 0111 37		0111 0111		1011 0111	7	1111 0111
	0011 1000		0111 1000		1011 1000	8	1111 1000
	0011 1001		0111 1001		1011 1001	9	1111 1001
	0011 1010	:	0111 1010		1011 1010		1111 1010
	0011 1011	#	0111 1011		1011 1011		1111 1011
	0011 1100	@	0111 1100		1011 1100		1111 1100
	0011 1101	.	0111 1101		1011 1101		1111 1101
	0011 1110	=	0111 1110		1011 1110		1111 1110
	0011 1111	"	0111 1111		1011 1111		1111 1111

Ο δε πλήρης πίνακας του κώδικα EBCDIC δίδεται από τον Πίνακα 30. Αξίζει να σημειωθεί στον Πίνακα 30 η ύπαρξη κενών (δηλαδή στους 256, 8-ψήφιους, δυαδικούς υπάρχουν ορισμένοι στους οποίους δεν έχουν αντιστοιχηθεί χαρακτήρες), όπως επίσης και η παρουσία «χαρακτήρων ελέγχου» (πολλαπλοί χαρακτήρες) που είναι χρήσιμοι σε ορισμένες λειτουργίες εισόδου και εξόδου πληροφοριών.

(iii) Κώδικας ASCII (American Standard for Information Interchange)

Ο κώδικας ASCII χρησιμοποιεί 7 δυαδικά ψηφία και **δημιουργήθηκε**, με συνεργασία των χρηστών και κατασκευαστών των μηχανημάτων τηλεπικοινωνίας και επεξεργασίας πληροφοριών, **με στόχο την τυποποίηση για την απλοποίηση της επικοινωνίας** των υπολογιστικών συστημάτων.

Η σύγχρονη εξέλιξη των Η.Υ. σε συστήματα επεξεργασίας 8-ψήφιων χαρακτήρων (IBM/360,370) ανάγκασε τη δημιουργία ενός βελτιωμένου 8-ψήφιου κώδικα ASCII, του ASCII-8 που μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την επικοινωνία με Η.Υ. που δέχονται κώδικες 8-ψήφιους.

Ο πλήρης 8-ψήφιος κώδικας ASCII δίδεται από τον πίνακα 31, που ακολουθεί, ενώ στον πίνακα 31α, δίδεται ο 7-ψήφιος κώδικας ASCII.

Πίνακας 31. Ο 8-ψήφιος κώδικας ASCII

			Τα 4 λιγότερο σημαντικά ψηφία															
			0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
T	σ	0000		SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK		BS	HT	LF	VT	FF	CR	SO	SI
α	η	0001	DLE	$DC1$	$DC2$	$DC3$	$DC4$	\$8	8\$	ETB	$\boxed{+}$	EM	SS	ESC	FS	GS	RS	US
	μ	0010																
4	α	0011																
	ν	0100	SP	!	"	#	\$	%	&		(	)	·	+		−		/
π	τ	0101	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9			<	=	>	?
ϵ	ι	0110																
ρ	κ	0111																
ι	$\acute{\alpha}$	1000																
σ		1001																
σ	ψ	1010	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
$\acute{o}$	η	1011	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[		]		−
τ	ϕ	1100																
ϵ	$\acute{\iota}$	1101																
ρ	α	1110	\	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
o		1111	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	|	}		DEL

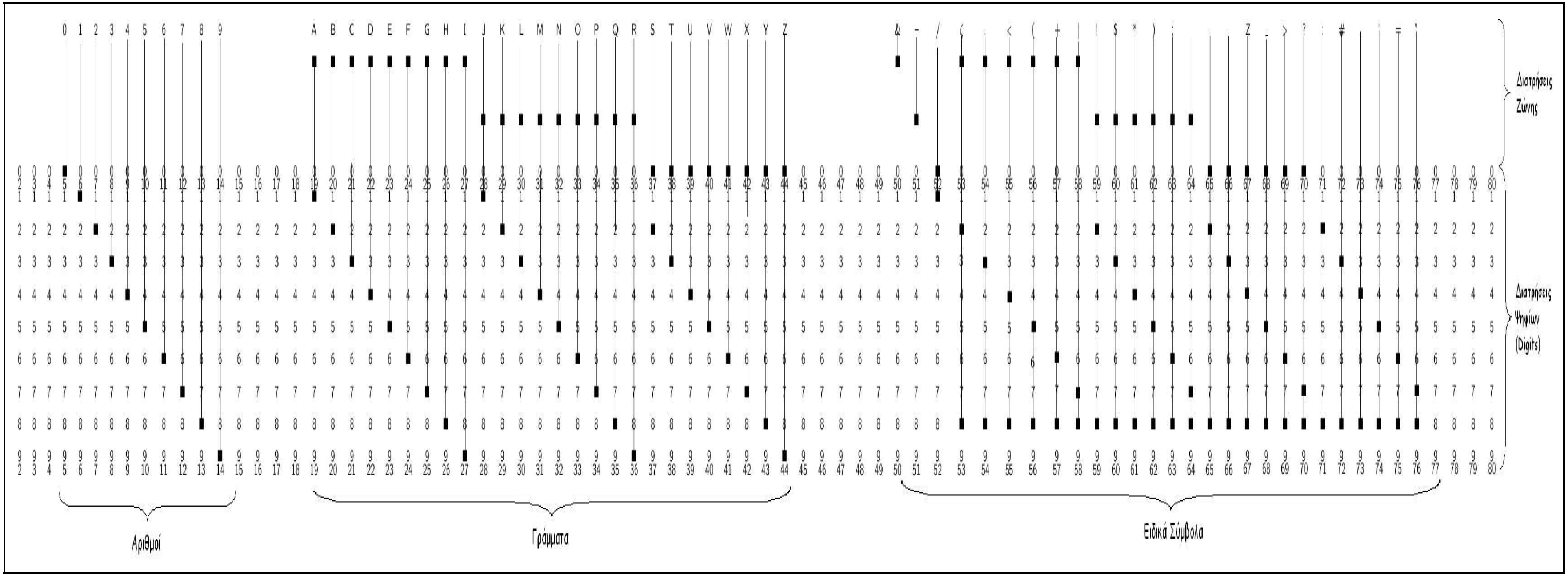
Πίνακας 31α. Ο 7-ψήφιος κώδικας ASCII

Τα 3 πιο σημαντικά ψηφία	Τα 4 λιγότερο σημαντικά ψηφία: 0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
000	NUL	SOH	STX	ETX	EOT	ENQ	ACK	BEL	BS	HT	LF	VT	FF	CR	SO	SI
001	DLE	DC1	DC2	DC3	DC4	NAK	SYN	ETB	CAN	EM	SS	ESC	FS	GS	RS	US
010	SP	!	"	#	$	%	&	´	(	)	*	+	,	−	.	/
011	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	:	;	<	=	>	?
100	@	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
101	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	[	\	]	^	−
110	`	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j	k	l	m	n	o
111	p	q	r	s	t	u	v	w	x	y	z	{	|	}	~	DEL

(iv) Κώδικας Hollerith

Ο **κώδικας Hollerith**, από τους πρώτους κώδικες, αξιοποιείται στην παράσταση πληροφοριών σε **διάτρητα δελτία**, που περιέχουν 12 γραμμές και 80 στήλες και ο κάθε χαρακτήρας παρίσταται από ένα μοναδικό συνδυασμό διατρήσεων μιας στήλης. Οι δύο γραμμές στο άνω μέρος του δελτίου, αποτελούν τις διατρήσεις ζώνης (που χαρακτηρίζουν τις μη αριθμητικές πληροφορίες), ενώ οι υπόλοιπες 10 γραμμές παριστάνουν η κάθε μια και από ένα ψηφίο. Τα γράμματα και τα ειδικά σύμβολα απαιτούν συνήθως περισσότερες διατρήσεις από μία (ανά στήλη). Το παρακάτω σχήμα 32 δίδει αναλυτικά τους συνδυασμούς σε κάθε περίπτωση χαρακτήρα.

Πίνακας 32. Κώδικας Hollerith



(δ) Αυτοσυμπληρούμενοι κώδικες

Ένας κώδικας καλείται **αυτοσυμπληρούμενος** (self-complementing) όταν η εναλλαγή των bits του (η συμπλήρωση αυτών) παράγει αριθμό, που είναι το συμπλήρωμα του αρχικού ως προς εννέα. Π.χ. ο κώδικας Excess-3 είναι ένας αυτοσυμπληρούμενος κώδικας, διότι όπως μπορούμε να ελέγξουμε στον πίνακα 25 έχουμε:

Δεκαδικό Ψηφίο	Excess-3	Εναλλαγή		Δεκαδικός	Άθροισμα
0	0011	1100	$\rightarrow$	9	9
1	0100	1011	$\rightarrow$	8	9
2	0101	1010	$\rightarrow$	7	9
3	0110	1001	$\rightarrow$	6	9
4	0111	1000	$\rightarrow$	5	9
5	1000	0111	$\rightarrow$	4	9
6	1001	0110	$\rightarrow$	3	9
7	1010	0101	$\rightarrow$	2	9
8	1011	0100	$\rightarrow$	1	9
9	1100	0011	$\rightarrow$	0	9

Αυτή η ιδιότητα της αυτοσυμπλήρωσης είναι βοηθητική στην πράξη της αφαίρεσης, όταν οι πράξεις στον Η.Υ. γίνονται με δεκαδικούς αριθμούς (BCD αριθμητική που θα δούμε αργότερα) και η αφαίρεση γίνεται με χρήση συμπληρωμάτων ως προς τη μειωμένη βάση (δηλαδή το 9).

Τέλος, αποδεικνύεται ότι **ένας κώδικας με βάρη**, είναι αυτοσυμπληρούμενος, όταν το άθροισμα των βαρών του είναι ίσον με εννέα. Π.χ. ο κώδικας 2-4-2-1 του πίνακα 25 είναι αυτοσυμπληρούμενος.

(ε) Κυκλικοί κώδικες (cyclic codes)

Ένας κώδικας καλείται κυκλικός (ή γειτονικός, ή ανακλαστικός), όταν **οι παραστάσεις τω διαδοχικών ψηφίων διαφέρουν μεταξύ τους σε ένα μόνο bit**. Π.χ. **ο κώδικας Gray**, που αναφέρεται στον πίνακα 25, είναι κυκλικός, όπως εύκολα μπορούμε να το διαπιστώσουμε. Οι κυκλικοί κώδικες εκτός της εφαρμογής των στην ανίχνευση σφαλμάτων, έχουν και χρήση στην μετατροπή αναλογικών σημάτων σε ψηφιακά, με κατάλληλο μετατροπέα αναλογικού-σε-ψηφιακό (analog to digital converter).

Έτσι, π.χ., όταν τα αναλογικά δεδομένα προέρχονται από τη συνεχή κίνηση ενός άξονα, ο άξονας χωρίζεται σε τμήματα και σε κάθε τμήμα αντιστοιχίζεται ένας αριθμός, ενώ σε γειτονικά τμήματα αντιστοιχίζονται διαδοχικοί αριθμοί, που φυσικά λόγω του κυκλικού κώδικα θα διαφέρουν μόνο σε ένα bit, πράγμα που διευκολύνει να ελαττωθεί η αβεβαιότητα, όταν η θέση του άξονα είναι ανάμεσα σε δύο τμήματα.

Γενικά, για να δημιουργήσουμε έναν κυκλικό κώδικα μπορούμε ν' αρχίσουμε με ένα οποιοδήποτε συνδυασμό bits και προχωρώντας στο επόμενο ψηφίο να ορίσουμε τον κατάλληλο συνδυασμό αλλάζοντας μόνο ένα bit.

Τέλος, **οι κανόνες (ο αλγόριθμος) που διέπουν τη μετατροπή του κώδικα Gray σε φυσική κωδικοποίηση** (8-4-2-1 , Φ.Κ.) και αντίστροφα είναι:

Με βάση **τον αριθμό**, ή το μέρος του, σε **Gray**:

I. Το πιο σημαντικό bit είναι το ίδιο (Παρατηρήσατε στον πίνακα 25, την έκφραση Gray για επιβεβαίωση).

II. Για κάθε επόμενο ψηφίο, εάν ο αριθμός των μονάδων στα αριστερά, **της μορφής Gray**, είναι άρτιος άφησε το ψηφίο ως έχει, άλλως πάρε το συμπλήρωμά των.

Παράδειγμα:

I. Για τη μετατροπή **από Gray σε Φ.Κ.** του αριθμού 1011 με βάση τον προηγούμενο αλγόριθμο θα έχουμε διαδοχικά:

Gray 1011	Φ.Κ.
1) Μεταφορά του M.S.B.	1 - - -
2) Αριθμός bits περιττός → αλλαγή	1 1 - -
3) Αριθμός bits περιττός → αλλαγή	1 1 0 -
4) Αριθμός bits άρτιος → ίδιο	1 1 0 1.

Άρα ο δοθείς **Gray 1011, είναι ο αριθμός 13**.

II. Να ευρεθεί ο αριθμός Gray της Φ.Κ. 1111.

	Gray	Φ.Κ.
1. Το M.S.B.	1 - - -	1111
2. Περιττός	1 0 - -	αλλαγή
3. Περιττός	1 0 0 -	αλλαγή
4. Περιττός	1 0 0 0	αλλαγή

Άρα **ο αριθμός 15 σε Gray είναι ο 1000**.

(ζ) Κώδικας Unicode

Οι σύγχρονες ανάγκες και ιδαίτερα οι απαιτήσεις του παγκόσμιου ιστού για ένα παγκόσμιο σύνολο χαρακτήρων (Universal Character Set) οδήγησαν στην δημιουργία του κώδικα **Unicode**, από το Unicode Consortium , που είναι **πλήρως συμβατός** με τη διεθνή τυποποίηση ISO/IEC 10646.

Κατ᾽ αρχή ο κώδικας Unicode ήταν κώδικας διπλού byte (16 bits), με σύνολο χαρακτήρων 65536, με δυνατότητα κωδικοποίησης όχι μόνο όλων των αλφαβήτων που υπάρχουν (Ελληνικά, Λατινικά, Κυριλλικό, Αραβικό, Ιουδαϊκό κλπ.), αλλά και των ιδεογραμμάτων που υπάρχουν στην Κινεζική, Ιαπωνική και Κορεάτικη γλώσσα, καθώς και των διαφόρων άλλων συμβόλων του γραπτού λόγου, όπως τα μαθηματικά, τεχνικα, κλπ. σύμβολα.

Σήμερα, από την αρχική έκδοση του κώδικα (version 1.0) ευρισκόμεθα μετά από διαδοχικές επεκτάσεις, στην έκδοση 4.0 (version 4.0) με 96248 χαρακτήρες (ενώ η προηγούμενη version 3.0 του 2000 είχε 49194 χαρακτήρες), που ο καθένας τους, από αυτούς που χρησιμοποιούνται περιγράφονται με τον συμβολισμό U+dddd, όπου το μεν πρόθεμα U+ είναι το χαρακτηριστικό του κώδικα, ενώ το αριθμητικό μέρος dddd είναι στο δεκαεξαδικό σύστημα και αποτελεί την κωδική τιμή του χαρακτήρα. Π.χ., **U+0020** είναι ο κωδικός του **space** (κενό) - που στο δεκαδικό σύστημα είναι ο 32, όπως ακριβώς και στο ASCII, ενώ το **U+0043** αποτελεί τον κωδικό του γράμματος C.

Γενικότερα, ο κώδικας αρχίζει από το U+0000 και τελειώνει στο U+FFFF. Οι αρχικές τιμές του κώδικα ταυτίζονται με τις αντίστοιχες του ASCII κώδικα, ενώ οι επόμενες που ακολουθούν είναι για τους χαρακτήρες του Ελληνικού, Κυριλλικού, Ιουδαϊκού, Αραβικού, Ινδικού κλπ., αλφαβήτων.

Σημείωση: Έχει ενδιαφέρον ο τριπλός συμβολισμός του ονόματος Unicode: **Uni**que, **Uni**versal και **Uni**form, καθώς επίσης και το γεγονός ότι ο κώδικας Unicode είναι ο κώδικας του παγκόσμιου ιστού. Τέλος, ο κώδικας **Unicode** καθορίζει ένα **μοναδικό** κωδικό αριθμό για κάθε χαρακτήρα, **ανεξαρτήτως** πλατφόρμας, προγράμματος και γλώσσας που χρησιμοποιούνται.

Προτού ολοκληρώσουμε το παρόν κεφάλαιο της **Κωδικοποίησης** είναι χρήσιμο να επισημάνουμε ότι οι πιο εύχρηστες τεχνικές για την αποθήκευση των δεδομένων στον Η.Υ. είναι για μεν **τα αριθμητικά δεδομένα**:

I. Ο κώδικας BCD,

II. Ο συμβολισμός του συμπληρώματος ως προς 2 (Two's complement notation),

III. Ο συμβολισμός της κινητής υποδιαστολής,

ενώ **για την απόθηκευση των χαρακτήρων**, οι κώδικες:

I. ASCII,

II. EBCDIC,

III. Unicode.